

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

1) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2x - 3}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ tại điểm $x = 1$.

2) Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$.

Câu 2 (2,5 điểm).

1) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C).

a) Tìm các khoảng đơn điệu và cực trị của hàm số.

b) Viết phương trình tiếp tuyến d của (C), biết hệ số góc của d bằng 9.

2) Chứng minh rằng $x > \sin x$ với mọi x thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 3 (3,0 điểm).

1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB = a$, $SC = a$. Mặt phẳng qua C vuông góc với SB tại F và cắt SA tại E .

a) Chứng minh rằng $AB \perp (SAC)$ và $CE \perp (SAB)$.

b) Tính diện tích tam giác CEF theo a .

2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , $SB = SC$, M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng hai khối chóp $S.ABM$ và $S.ACM$ bằng nhau.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh học chương trình nào chỉ được làm phần dành riêng cho chương trình đó (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 4A (2,0 điểm).

1) Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x}{x - 2}$.

2) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên $[0; 2]$.

Câu 5A (1,0 điểm).

Chứng minh rằng với mọi m , hàm số $y = x^3 - mx^2 - 2x + 1$ luôn có cực đại và cực tiểu. Xác định m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 4B (2,0 điểm).

1) Chứng minh rằng hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

2) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x - 1} + \sqrt{3 - x}$.

Câu 5B (1,0 điểm).

Chứng minh rằng với mọi m , đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ luôn có hai điểm cực trị.

Viết phương trình đường thẳng d qua hai điểm cực trị đó.

HƯỚNG DẪN CHẤM

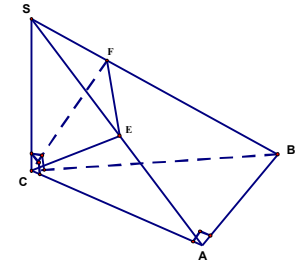
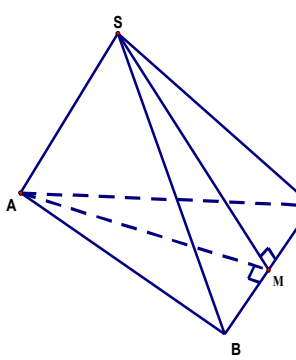
Bản hướng dẫn chấm gồm 03 trang

I. Hướng dẫn chung

1. Đáp án này chỉ nêu sơ lược một cách giải, trong bài làm học sinh phải trình bày chi tiết lời giải.
2. Nếu học sinh giải cách khác đáp án nhưng đúng thì vẫn được điểm tối đa.
3. Làm tròn điểm theo quy định chung của Bộ Giáo dục và Đào tạo cho Hệ Trung học Phổ thông.

II. Đáp án và thang điểm

Câu	Đáp án	Điểm															
1 (1,5điểm)	1) Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $f(1) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 3)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 3) = 5 \dots\dots$ Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$. Vậy hàm số $f(x)$ không liên tục tại $x = 1 \dots\dots\dots$	0,50 0,50															
	2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} \dots\dots\dots$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 5} + 3} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots$	0,25 0,25															
2 (2,5điểm)	1a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$ Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2 \dots\dots\dots$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"><tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">x</td><td style="padding: 2px 10px;">$-\infty$</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;">$+\infty$</td></tr><tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">y'</td><td style="padding: 2px 10px;">$+$</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td><td style="padding: 2px 10px;">$-$</td><td style="padding: 2px 10px;">0</td></tr><tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">y</td><td style="padding: 2px 10px;"></td><td style="padding: 2px 10px;"></td><td style="padding: 2px 10px;">2</td><td style="padding: 2px 10px;"></td></tr></table> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">\swarrow \searrow -2</p> Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$, $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên $(0; 2) \dots\dots\dots$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = f(0) = 2$; đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ và $y_{CT} = f(2) = -2 \dots\dots\dots$	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	y			2		0,25 0,25 0,25 0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$												
	y'	$+$	0	$-$	0												
	y			2													
1b) Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm tiếp xúc của d và (C). Suy ra hệ số góc của d là $f'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 \dots\dots\dots$ Mà hệ số góc của d bằng 9. Do đó $3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow x_0 = -1$ hoặc $x_0 = 3 \dots\dots\dots$ Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2$, suy ra phương trình tiếp tuyến d: $y + 2 = 9(x + 1) \Leftrightarrow y = 9x + 7 \dots\dots\dots$ Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 2$, suy ra phương trình tiếp tuyến d: $y - 2 = 9(x - 3) \Leftrightarrow y = 9x - 25 \dots\dots\dots$	0,25 0,25 0,25 0,25																
2) Xét hàm số $f(x) = x - \sin x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$. Ta có $f'(x) = 1 - \cos x > 0$, với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right) \dots\dots\dots$ Suy ra $f(0) < f(x), \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < x - \sin x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.	0,25																

	Vậy $x > \sin x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	0,25
3 (3,0điểm)	 <p>1a) Hình vẽ (có đường khuất)..... Ta có $AB \perp AC$ (vì ΔABC vuông cân ở A) $AB \perp SC$ (vì $SC \perp (ABC)$) Suy ra $AB \perp (SAC)$ Mà $CE \subset (SAC)$. Suy ra $AB \perp CE$ Mặt khác $SB \perp (CEF)$. Suy ra $SB \perp CE$ Suy ra $CE \perp (SAB)$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	1b) Ta có $CE \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp SA$, mà $SC = AC = AB = a$ (gt) $\Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại C $\Rightarrow CE = \frac{SA}{2} = \frac{\sqrt{SC^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ ΔABC vuông cân tại A $\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ ΔSBC vuông tại C $\Rightarrow \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{CF^2}$ $\Rightarrow CF^2 = \frac{2a^2}{3}$ (vì $SB \perp (CEF) \Rightarrow SB \perp CF$)..... $CE \perp (SAB) \Rightarrow CE \perp EF \Rightarrow \Delta CEF$ vuông tại E $\Rightarrow EF = \sqrt{CF^2 - CE^2} = \frac{a}{\sqrt{6}}$ $\Rightarrow S_{\Delta CEF} = \frac{1}{2} CE.EF = \frac{a^2}{4\sqrt{3}}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	 <p>2) Gọi M là trung điểm của BC. Vì ΔABC cân tại A nên $AM \perp BC$ Ta có $SB = SC$ (gt) $\Rightarrow \Delta SBC$ cân tại S, M là trung điểm của BC $\Rightarrow SM \perp BC$ Suy ra $BC \perp (SAM)$ tại trung điểm M của BC $\Rightarrow (SAM)$ là mặt phẳng trung trực của BC Do đó, phép đối xứng qua (SAM) biến S thành S, A thành A, B thành C, M thành M. Suy ra, phép đối xứng qua mặt phẳng (SAM) biến khối chóp S.ABM thành khối chóp S.ACM. Vậy hai khối chóp S.ABM và S.ACM bằng nhau.....</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	1) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x}{x-2} = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x}{x-2} = -\infty$ Suy ra đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số..... $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x-2} = 3$. Suy ra đường thẳng $y = 3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.....	0,50 0,50
	4A (2,0điểm)	2) $f(x)$ xác định trên $[0 ; 2]$ và có $f'(x) = 4x^3 - 4x$ $\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$ Ta có $f(0) = 3, f(1) = 2, f(2) = 9$ Vì $f(x)$ liên tục trên $[0 ; 2]$ nên $\max_{[0;2]} f(x) = f(2) = 9, \min_{[0;2]} f(x) = f(1) = 2$

5A (1,0điểm)	Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 2mx - 2$	0,25												
	Vì $\Delta' = m^2 + 6 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên y' luôn có hai nghiệm x_1, x_2 . Do đó y' đổi dấu khi x qua x_1 và x_2 .													
	Vậy với mọi m hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.....	0,25												
	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Rightarrow 1 - 2m = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$	0,25												
	Thay $m = \frac{1}{2}$, ta có $y' = 3x^2 - x - 2, y'' = 6x - 1$. Suy ra $y'(1) = 0$ và $y''(1) = 5 > 0$													
	Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. Vậy $m = \frac{1}{2}$	0,25												
4B (2,0điểm)	1) Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 4$	0,25												
	$\Rightarrow y' = -3(x-1)^2 - 1$	0,25												
	Suy ra $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$	0,25												
	Vậy hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}	0,25												
	2) Hàm số xác định trên $D = [1; 3]$	0,25												
	Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}}$													
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow x = 2$	0,25													
$f(2) = 2; f(1) = f(3) = \sqrt{2}$	0,25													
Vì hàm số liên tục trên $[1; 3]$ nên $\max_{[1;3]} f(x) = f(2) = 2,$	0,25													
$\min_{[1;3]} f(x) = f(1) = f(3) = \sqrt{2}$	0,25													
5B (1,0điểm)	Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$	0,25												
	$y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x+m)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m-1 \\ x = -m+1 \end{cases}$	0,25												
	<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td> <td style="padding: 0 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 0 5px;">$-m-1$</td> <td style="padding: 0 5px;">$-m$</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">$-m+1$</td> <td style="padding: 0 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y'</td> <td style="padding: 0 5px;">$+$</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">$-$</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-m-1$	$-m$	$-m+1$	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	
	x	$-\infty$	$-m-1$	$-m$	$-m+1$	$+\infty$								
	y'	$+$	0	$-$	0	$+$								
Do đó với mọi m hàm số luôn có hai cực trị.....	0,25													
Gọi $A(-m-1; -m-2); B(-m+1; -m+2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.														
Ta có $\overline{AB} = (2; 4)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d đi qua điểm A.														
Vậy phương trình d là $\frac{x+m+1}{2} = \frac{y+m+2}{4} \Leftrightarrow y = 2x + m$	0,25													

----- **Hết** -----