

Câu 1. (2 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $\sqrt{2x} + \sqrt{5-2x} = \sqrt{2(5x-2x^2)} + 1$

2)
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y+2} = 4 \\ x\sqrt{y+2} + 2y\sqrt{x+1} = 14 \end{cases}$$

Câu 2. (3 điểm) Giải các phương trình sau:

1) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

2) $\cos 2x + \cos^2 \frac{x}{2} = 2$

3) $2\sqrt{3} \cos x + 3 \frac{\sin 2x}{\cos x} = 2(1 + 2 \sin x)$

Câu 3. (1 điểm) Cho phương trình: $(\cos x + 1)(\cos 2x + \cos x - m \cos x) = \frac{m}{2}(1 - \cos 2x)$. Tìm m

để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

Câu 4. (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh BC và SC lần lượt lấy hai điểm E và F . (E và F không trùng với các đầu mút)

1. Tìm giao điểm của SD và mặt phẳng (AEF)

2. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (AEF) với mặt phẳng (SBD) .

Câu 5. (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC và điểm $D(-2; -1)$, biết phân giác góc B và đường cao xuất phát từ C lần lượt có phương trình $(d_1): 2x + y = 0$ và $(d_2): x + y + 1 = 0$, đồng thời (d_1) là đường phân giác \widehat{ABD} . Tìm tọa độ A, B, C .

Câu 6. (1 điểm) Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ sao cho $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 4$. Ba chữ số a_5, a_6, a_7 đôi một khác nhau và có tổng bằng 8.

Câu 7. (1 điểm) Tìm các góc của tam giác ABC biết:

$$\cos A + \cos\left(B - \frac{C}{2}\right) + \cos \frac{3C}{2} = \frac{3}{2}$$

Hết

Họ và tên thí sinh: SBD:

Chú ý: Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Nội Dung		Điểm
Câu 1.1	Giải phương trình: $\sqrt{2x} + \sqrt{5-2x} = \sqrt{2(5x-2x^2)} + 1$	
	ĐK: $0 \leq x \leq \frac{5}{2}$ Đặt: $\sqrt{2x} + \sqrt{5-2x} = t, (t \geq 0)$ Ta có phương trình: $t = \frac{t^2-5}{2} + 1 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$	0,25
	$\Rightarrow t = -1$ (loại) hoặc $t = 3$	0,25
	Với $t = 3$ ta có: $\sqrt{2x} + \sqrt{5-2x} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{10x-4x^2} = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow 10x - 4x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25

Câu 1.2 Giải hệ:
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y+2} = 4 \\ x\sqrt{y+2} + 2y\sqrt{x+1} = 14 \end{cases}$$

	ĐK: $\begin{cases} x \geq -1 \\ y \geq -2 \end{cases}$	
	Đặt: $\begin{cases} \sqrt{x+1} = a \\ \sqrt{y+2} = b \end{cases}$ Ta có hệ sau: $\begin{cases} a+b=4 \\ (a^2-1)b+2(b^2-2)a=14 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ a^2b-b+2b^2a-4a=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ a(4-a)(8-a)-(3a+4)=14 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ được: $(a;b) = (9;-5)$ (loại) hoặc $(a;b) = (1;3)$ hoặc $(a;b) = (2;2)$	0,25
	Khi đó hệ có nghiệm: $(x;y) = (0;7)$ hoặc $(x;y) = (3;2)$	0,25

Câu 2.1 1) Giải phương trình: $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

	$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 2\sin 2x \cdot \sin x + \sin 2x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	Với $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$	0,25

Với	$\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$	0,25
------------	--	------

Câu 2.2 Giải phương trình: $\cos 2x + \cos^2 \frac{x}{2} = 2$

$\cos 2x + \cos^2 \frac{x}{2} = 2 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + \frac{1 + \cos x}{2} = 2$	0,25
$\Leftrightarrow 4\cos^2 x + \cos x - 5 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -5 \end{cases}$	0,25
Với $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0,25

Câu 2.3 Giải phương trình: $2\sqrt{3}\cos x + 3\frac{\sin 2x}{\cos x} = 2(1 + 2\sin x)$

ĐK: $\cos x \neq 0$	0,25
Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x + \sin x = 1$	0,25
$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
Kết hợp đk ta có: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0,25

Câu 3. (1 điểm) Tìm m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

$$(\cos x + 1)(\cos 2x + \cos x - m\cos x) = \frac{m}{2}(1 - \cos 2x).$$

Phương trình $\Leftrightarrow (\cos x + 1)(2\cos^2 x - 1 + \cos x - m\cos x) = m\sin^2 x$ $\Leftrightarrow (\cos x + 1)(2\cos^2 x - 1 + \cos x - m\cos x) = m(1 - \cos^2 x)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ 2\cos^2 x + \cos x = m + 1 \end{cases}$	0,25
Với $\cos x = -1$ không có nghiệm thuộc $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$	0,25
Để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x = m + 1$ có nghiệm thuộc khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$	0,25

$\Leftrightarrow 2t^2 + t = m + 1$ có nghiệm $t \in (0;1]$	
Sử dụng đồ thị ta có: $-1 < m \leq 2$	0,25

Câu 4. (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh BC lấy điểm E , trên cạnh SC lấy điểm F .

- Tìm giao điểm của SD và mặt phẳng (AEF)
- Tìm giao tuyến của mặt phẳng (AEF) với mặt phẳng (SBD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $I = AE \cap CD$		0.25
Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = FI \cap SD$ Khi đó K là của CD và mặt phẳng (AEF)		0,25
K là một điểm chung của hai mặt phẳng (AEF) và (SBD)		0,25
Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $H = AE \cap BD$ Khi đó: $(AFE) \cap (SBD) = KH$		0,25

Câu 5. (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC và điểm $D(-2;-1)$, biết phân giác góc B và đường cao xuất phát từ C lần lượt có phương trình $(d_1): 2x + y = 0$ và $(d_2): x + y + 1 = 0$, đồng thời (d_1) là đường phân giác \widehat{ABD} . Tìm tọa độ A, B, C .

Do (d_1) là đường phân giác \widehat{ABD} nên A và D đối xứng nhau qua (d_1)	0.25
Khi đó: $AD: x - 2y = 0$ suy ra $(d_1) \cap AD = O(0;0)$ là trung điểm của AD nên $A(2;1)$	0,25
$AB \perp (d_2) \Rightarrow AB: x - y - 1 = 0$ $(d_1) \cap AB = B(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3})$	0.25
$\overline{BD}(-\frac{7}{3}; -\frac{1}{3})$ suy ra BC có vecto pháp tuyến $\vec{n}(1; -7)$ Suy ra $BC: x - 7y - 5 = 0$ và $(d_2) \cap BC = C(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4})$	0,25

Câu 6. (1 điểm) Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$ sao cho $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 4$ ba chữ số a_5, a_6, a_7 đôi một khác nhau và có tổng bằng 8.

Ta có: $4 = 1 + 3 = 2 + 2 = 1 + 1 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1$ $8 = 0 + 1 + 7 = 0 + 2 + 6 = 0 + 3 + 5 = 1 + 2 + 5 = 1 + 3 + 4$	0,25
Với ba chữ số a_5, a_6, a_7 có 5 bộ 3 số có tổng bằng 8 mỗi bộ có 3! cách xếp. Do đó có $3! \times 5 = 30$ cách.	0,25
Xét số: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$	0,25

<p>-Nếu số có một chữ số 4 hoặc bốn chữ số 1 thì mỗi trường hợp lập được 1 số</p> <p>-Nếu số có hai chữ số 1 và 3 khi đó a_1 có 2 cách chọn, mỗi cách chọn a_1 có 3 cách xếp vị trí cho chữ số còn lại (1 hoặc 3). Do đó có $2 \times 3 = 6$ số.</p> <p>-Nếu số có hai chữ số 2 khi đó a_1 có 1 cách chọn, mỗi cách chọn a_1 có 3 cách xếp vị trí cho chữ số 2 còn lại. Do đó có 3 số.</p> <p>-Nếu số có hai chữ số 1 và một chữ số 2 khi đó nếu $a_1 = 1$ thì lập được A_3^2 số. Nếu $a_1 = 2$ thì lập được C_3^2 số. Do đó có $A_3^2 + C_3^2 = 9$ số.</p>	
Vậy có $(6+3+9+2) \times 30 = 600$ (số)	0,25

Câu 7. (1 điểm) Tìm các góc của tam giác ABC biết:

$$\cos A + \cos\left(B - \frac{C}{2}\right) + \cos \frac{3C}{2} = \frac{3}{2}$$

$VT(1) = \cos A + 2 \cos \frac{B+C}{2} \cdot \cos \frac{B-C}{2} \leq \cos A + 2 \sin \frac{A}{2}$	0,25
$= 1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2} + 2 \sin \frac{A}{2} = -2 \left(\sin^2 \frac{A}{2} - \sin \frac{A}{2} + \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{2} \leq \frac{3}{2}$	0,25
$\Rightarrow VT(1) \leq \frac{3}{2}$	
<p>(1) Xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A \\ \sin \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$</p>	0,25
$\Rightarrow \begin{cases} A = 60^\circ \\ B = 80^\circ \\ C = 40^\circ \end{cases}$	0,25