

Bài 1: (4,0 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{1+3+5+\dots+19}{21+23+25+\dots+39}$

2) Tìm số tự nhiên x, biết: $5^x \cdot 5^{x+1} \cdot 5^{x+2} = \underbrace{1000\dots0}_{18 \text{ chữ số } 0} : 2^{18}$

Bài 2: (4,0 điểm)

1) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì ƯCLN $(21n + 4; 14n + 3) = 1$

2) Chứng minh rằng: Nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 và $2p + 1$ cũng là số nguyên tố thì $4p + 1$ là hợp số?

Bài 3: (4,0 điểm)

1) Chứng minh rằng số viết bởi 27 chữ số giống nhau thì chia hết cho 27.

2) Tìm số tự nhiên n có 4 chữ số biết rằng n là số chính phương và n là bội của 147.

Bài 4: (6,0 điểm)

1) Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia OA vẽ các tia OB, OC sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $\widehat{AOC} = 80^\circ$. Gọi OM là tia phân giác của \widehat{BOC} .

a) Tính \widehat{AOM} .

b) Vẽ tia ON là tia đối của tia OM. Chứng minh rằng OA là tia phân giác của \widehat{CON} .

2) Trên nửa mặt phẳng bờ là tia Ox, vẽ các tia $Ox_1, Ox_2, Ox_3, \dots, Ox_n$ sao cho: $\widehat{xOx_2} = 2\widehat{xOx_1}$; $\widehat{xOx_3} = 3\widehat{xOx_1}$; $\widehat{xOx_4} = 4\widehat{xOx_1}$; ...; $\widehat{xOx_n} = n\widehat{xOx_1}$. Tìm số n nhỏ nhất để trong các tia đã vẽ có một tia là tia phân giác chung của 2017 góc.

Bài 5: (2,0 điểm)

Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để các phân số sau đều tối giản.

$$\frac{7}{n+9}; \frac{8}{n+10}; \frac{9}{n+11}; \dots; \frac{100}{n+102}$$

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh: Phòng.....

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO KỶ KHẢO SÁT SINH GIỎI NĂM HỌC 2016-2017
TIỀN HẢI

ĐÁP ÁN BIỂU ĐIỂM CHẤM

MÔN: TOÁN 6

(Đáp án và biểu điểm chấm gồm 04 trang)

Bài 1 (4,0 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{1+3+5+\dots+19}{21+23+25+\dots+39}$.

2) Tìm số tự nhiên x, biết: $5^x \cdot 5^{x+1} \cdot 5^{x+2} = \underbrace{1000\dots0}_{18c/s60} : 2^{18}$.

Câu	Nội dung	Điểm
a) 2.0đ	Ta có : $1+3+5+\dots+19 = (1+19) + (3+17) + (5+15) + (7+13) + (9+11)$ $= 20+20+20+20+20 = 100$	0.5đ
	$21+23+25+\dots+39 = (21+39) + (23+37) + (25+35) + (27+33) + (29+31)$ $= 60+60+60+60+60 = 300$	0.5đ
	Suy ra $A = \frac{100}{300}$	0.5đ
	Rút gọn $A = \frac{1}{3}$	0.5đ
b) 2.0đ	$5^x \cdot 5^{x+1} \cdot 5^{x+2} = \underbrace{1000\dots0}_{18c/s60} : 2^{18}$	
	$5^{x+x+1+x+2} = 10^{18} : 2^{18}$	0.5đ
	$5^{3x+3} = \frac{10^{18}}{2^{18}} = \left(\frac{10}{2} \cdot \frac{10}{2} \dots \frac{10}{2}\right)^{18} = 5^{18}$	0.5đ
	Suy ra: $3x+3 = 18$	0.5đ
	Giải ra $x = 5$	0.5đ

Bài 2: (4,0 điểm)

1) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì ƯCLN $(21n + 4; 14n + 3) = 1$

2) Chứng minh rằng: Nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 và $2p + 1$ cũng là số nguyên tố thì $4p + 1$ là hợp số?

Câu	Nội dung	Điểm
a) 2.0đ	Gọi d là ƯCLN $(21n + 4; 14n + 3)$	
	Suy ra: $21n + 4 : d$ và $14n + 3 : d$	0.5đ
	$\Rightarrow 2 \cdot (21n + 4) : d$ và $3 \cdot (14n + 3) : d$	0.5đ
	$\Rightarrow 3 \cdot (14n + 3) - 2 \cdot (21n + 4) : d$	0.5đ
	$\Rightarrow 1 : d$	
	$\Rightarrow d = 1$	0.5đ

	Vậy ƯCLN $(21n + 4; 14n + 3) = 1$	
b) 2.0đ	+ Vì p là số nguyên tố, $p > 3$ $\Rightarrow 4p$ không chia hết cho 3	0.5đ
	Ta có $4p + 2 = 2(2p + 1)$ Theo bài ra $p > 3 \Rightarrow 2p + 1 > 7$ và là số nguyên tố $\Rightarrow 2p + 1$ không chia hết cho 3. Suy ra $4p + 2$ không chia hết cho 3	0.5đ
	Mà $4p; 4p + 1; 4p + 2$ là ba số tự nhiên liên tiếp nên tồn tại một số chia hết cho 3 do đó $4p + 1$ chia hết cho 3.	0.5đ
	Vì $4p + 1 > 13$ nên $4p + 1$ là số tự nhiên lớn hơn 1 và có nhiều hơn 2 ước. Suy ra $4p + 1$ là hợp số.	0.5đ

Bài 3 (4,0 điểm)

- 1) Chứng minh rằng số viết được với 27 chữ số giống nhau thì chia hết cho 27.
- 2) Tìm số tự nhiên n có 4 chữ số biết rằng n là số chính phương và n là bội của 147.

Câu	Nội dung	Điểm
a) 2.0đ	Trước hết ta chứng minh số gồm 27 chữ số 1 thì chia hết cho 27	0.5đ
	Thật vậy: $\underbrace{111\dots11}_{27c/số\ 1} = \underbrace{11\dots1}_{9c/số\ 1} \times \underbrace{1000\dots01}_{8c/số\ 0} \underbrace{1000\dots01}_{8c/số\ 0}$	
	Mà $\underbrace{11\dots1}_{9c/số\ 1} : 9$ và $\underbrace{1000\dots01}_{8c/số\ 0} \underbrace{1000\dots01}_{8c/số\ 0} : 3$	0.5đ
	$\Rightarrow \underbrace{111\dots1}_{27c/số\ 1} : 27$	0.5đ
	Từ đó suy ra nếu một số viết bởi 27 chữ số a thì số đó bằng $a \cdot \underbrace{111\dots1}_{27c/số\ 1}$ nên số đó chia hết cho 27.	0.5đ
b) 2.0đ	Vì n là số tự nhiên có 4 chữ số nên $1000 \leq n \leq 9999$	0.5đ
	Theo bài ra n là bội của 147 nên $n = 147 \cdot k = 7^2 \cdot 3k$	
	Do n là số chính phương nên khi phân tích ra thừa số nguyên tố thì lũy thừa các thừa số nguyên tố phải có số mũ chẵn suy ra $k : 3 \Rightarrow k = 3m \Rightarrow n = 7^2 \cdot 3^2 \cdot m = 441m$	
	$\Rightarrow 1000 \leq 441m \leq 9999$	0.5đ
	$\Rightarrow 2 < m < 22$	0.5đ
	Để n là số chính phương thì m là số chính phương $\Rightarrow m = 4; 9; 16$	
Suy ra các số tự nhiên cần tìm là: 1764; 3969; 7056.	0.5đ	

Bài 4: (6,0 điểm)

1) Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia OA vẽ các tia OB, OC sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $\widehat{AOC} = 80^\circ$. Gọi OM là tia phân giác của \widehat{BOC} .

a) Tính \widehat{AOM} .

b) Vẽ tia ON là tia đối của tia OM. Chứng minh rằng OA là tia phân giác của \widehat{CON} .

2) Trên nửa mặt phẳng bờ là tia Ox, vẽ các tia Ox₁, Ox₂, Ox₃,..., Ox_n sao cho:
 $\widehat{xOx_2} = 2\widehat{xOx_1}$; $\widehat{xOx_3} = 3\widehat{xOx_1}$; $\widehat{xOx_4} = 4\widehat{xOx_1}$; ... ; $\widehat{xOx_n} = n\widehat{xOx_1}$. Tìm số n nhỏ nhất để trong các tia đã vẽ có một tia là tia phân giác chung của 2017 góc.

Câu	Nội dung	Điểm
Vẽ hình		0.5đ
a) 2.0đ	Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OA có $\widehat{AOC} < \widehat{AOB}$ ($80^\circ < 120^\circ$)	0.5đ
	Đ Tia OC nằm giữa hai tia OA và OB	
	Đ $\widehat{AOC} + \widehat{BOC} = \widehat{AOB} \Rightarrow 80^\circ + \widehat{BOC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 40^\circ$	0.5đ
	Vì OM là tia phân giác của $\widehat{BOC} \Rightarrow \widehat{BOM} = \widehat{COM} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = \frac{40}{2} = 20^\circ$	
	Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia OB có $\widehat{BOM} < \widehat{BOA}$ ($20^\circ < 120^\circ$) nên tia OM nằm giữa hai tia OA và OB $\Rightarrow \widehat{BOM} + \widehat{MOA} = \widehat{AOB}$	
$20^\circ + \widehat{MOA} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MOA} = 100^\circ$	0.5đ	
b) 2.5đ	Vì OM và ON là hai tia đối nhau nên hai góc \widehat{AOM} và \widehat{AON} là hai góc kề bù.	0.5đ
	$\Rightarrow \widehat{AOM} + \widehat{AON} = 180^\circ$	0.5đ
	$\Rightarrow 100^\circ + \widehat{AON} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AON} = 80^\circ$	
	Suy ra $\widehat{AOC} = \widehat{AON}$ (vì cùng bằng 80°) (1)	0.5đ
	Vì hai tia OM và ON nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là tia OA nên tia OA nằm giữa hai tia OM và ON (2)	0.5đ
Từ (1) và (2) suy ra tia OA là tia phân giác của \widehat{CON}	0.5đ	
c) 1.0đ	Trên nửa mặt phẳng bờ là tia Ox, vẽ các tia Ox ₁ , Ox ₂ , Ox ₃ ,..., Ox _n sao cho: $\widehat{xOx_2} = 2\widehat{xOx_1}$; $\widehat{xOx_3} = 3\widehat{xOx_1}$; $\widehat{xOx_4} = 4\widehat{xOx_1}$; ... ; $\widehat{xOx_n} = n\widehat{xOx_1}$ $\Rightarrow \widehat{xOx_1} = \widehat{x_1Ox_2} = \widehat{x_2Ox_3} = \dots = \widehat{x_{n-1}Ox_n}$	0.5đ

	Vậy khi n nhỏ nhất là $n = 2017 \cdot 2 = 4034$ thì lúc đó Ox_{2017} là tia phân giác chung của 2017 góc: $\widehat{xOx_{4034}} = \widehat{x_1Ox_{4033}} = \widehat{x_2Ox_{4032}} = \dots = \widehat{x_{2016}Ox_{2018}}$	0.5đ
--	--	------

Bài 5 (2,0 điểm):

Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để các phân số sau đều là số tối giản.

$$\frac{7}{n+9}, \frac{8}{n+10}, \frac{9}{n+11}, \dots, \frac{100}{n+102}$$

Câu	Nội dung	Điểm
a) 2.0đ	Các phân số đã cho đều có dạng: $\frac{a}{a+(n+2)}$, vì các phân số này đều tối giản nên $n+2$ và a phải là hai số nguyên tố cùng nhau.	0.5đ
	Như vậy $n+2$ phải nguyên tố cùng nhau với lần lượt các số 7; 8; 9; ...; 100 và $n+2$ phải là số nhỏ nhất.	0.5đ
	P $n+2$ là số nguyên tố nhỏ nhất lớn hơn 100.	0.5đ
	P $n+2 = 101$ P $n = 99$	0.5đ

- *) Mọi cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa theo thang điểm.
- *) Tổ giám khảo bám sát biểu điểm thảo luận đáp án và thống nhất.
- *) Chấm và cho điểm từng phần, điểm của toàn bài là tổng các điểm thành phần không làm tròn.